

# 시퀀스 데이터베이스를 위한 서브시퀀스 탐색 : 세그먼트 기반 접근 방안

(Efficient Subsequence Searching in Sequence Databases : A  
Segment-based Approach)

박 상 현 <sup>†</sup>   김 상 욱 <sup>\*\*</sup>   노 웅 기 <sup>\*\*\*</sup>

(Sang-Hyun Park) (Sang-Wook Kim) (Woong-Kee Loh)

**요 약** 본 논문에서는 시퀀스 데이터베이스에서 시간왜곡 변환(time warping)을 지원하는 서브시퀀스 탐색 문제를 다룬다. 서브시퀀스 탐색은 데이터 시퀀스의 평균 길이의 이차 함수로 성능이 저하된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 세그먼트 기반 서브시퀀스 탐색 기법(Segment-Based Approach for Subsequence Searches: SBASS)을 제안한다. SBASS는 데이터와 질의 시퀀스를 연속된 세그먼트들로 분할하여 다음의 두가지 조건을 만족하는 모든 데이터 시퀀스를 검색한다. (1) 세그먼트의 개수가 질의 시퀀스의 세그먼트 개수와 같다. (2) 모든 세그먼트 쌍 간의 거리가 주어진 오차 한도 이내이다. 제안된 세그먼트 분할 기법에서는 세그먼트가 서로 다른 길이를 갖도록 허용하며 세그먼트 쌍 간의 유사성의 척도로서 시간왜곡 변환 거리를 이용한다. 효율적인 유사 서브시퀀스 탐색을 위하여, 각 데이터 세그먼트로부터 요소 값들이 단조적으로 변화하는 특성을 이용하여 특성 벡터를 추출하고 추출된 특성 벡터를 이용하여 공간 인덱스를 생성한다. 질의는 이 인덱스를 이용하여 (1) R-트리 여과, (2) 특성 여과, (3) 순서 여과, (4) 후처리의 네 단계로 처리된다. 다양한 실험을 통하여 제안된 기법의 효율성을 입증한다.

**Abstract** This paper deals with the subsequence searching problem under time-warping in sequence databases. Our work is motivated by the observation that subsequence searches slow down quadratically as the average length of data sequences increases. To resolve this problem, the Segment-Based Approach for Subsequence Searches (SBASS) is proposed. The SBASS divides data and query sequences into a series of segments, and retrieves all data subsequences that satisfy the two conditions: (1) the number of segments is the same as the number of segments in a query sequence, and (2) the distance of every segment pair is less than or equal to a tolerance. Our segmentation scheme allows segments to have different lengths; thus we employ the time warping distance as a similarity measure for each segment pair. For efficient retrieval of similar subsequences, we extract feature vectors from all data segments exploiting their monotonically changing properties, and build a spatial index using feature vectors. Using this index, queries are processed with the four steps: (1) R-tree filtering, (2) feature filtering, (3) successor filtering, and (4) post-processing. The effectiveness of our approach is verified through extensive experiments.

## 1. 서 론

시퀀스 데이터베이스에서의 효율적인 유사성 탐색에 관한 기존의 많은 연구들은 유사성 척도로서 유클리드

거리(Euclidean distance)를 사용한다 [1, 2, 3]. 그러나, 최근의 연구들은 높은 계산 비용을 감수하더라도 보다 높은 정확성과 넓은 응용성을 얻기 위하여 시간왜곡 변환 거리(time warping distance)를 기반으로 하는 유사

• 본 연구는 강원대학교 멀티미디어 연구센터를 통한 정보통신 우수시범 학교 지원사업과 한국과학재단의 99 해의 Post-Doc 방문 프로그램 및 2000 목적기초연구 중 지역대학 우수과학자 지원 프로그램(과제 번호: 2000-1-51200-006-1)의 연구비 지원을 받았습니다.

<sup>†</sup> 비 회 원 : IBM T.J. Watson Research Center 연구원

sanghyun@us.ibm.com

<sup>\*\*</sup> 종 신 회 원 : 강원대학교 컴퓨터정보통신공학부 교수  
wook@kangwon.ac.kr

<sup>\*\*\*</sup> 정 회 원 : (주) Tmax Soft 연구원  
wkloh@tmax.co.kr

논문접수 : 2000년 9월 28일

심사완료 : 2001년 6월 13일

성 탐색 기법들을 제안한 바 있다[4, 5, 6, 7]. 시간왜곡 변환(time warping)은 두 시퀀스 간의 차이를 최소화하기 위하여 한 시퀀스의 각 요소 값(element)이 다른 시퀀스의 하나 또는 인접한 여러 개의 요소 값들과 매칭하게 할 수 있도록 허용한다. 시간왜곡 변환은 음성, 오디오, 의료 정보를 위한 유사 검색에 널리 사용되어 왔다[8].

시간왜곡 변환 거리는 전체 시퀀스 탐색(whole sequence search)과 서브시퀀스 탐색(subsequence search)에 모두 응용될 수 있다. 먼저, 전체 시퀀스 탐색에 대하여 계산 비용을 설명한다. 주어진 데이터 시퀀스  $\vec{X}$ 와 질의 시퀀스  $\vec{Q}$ 에 대하여,  $|\vec{X}|$ 와  $|\vec{Q}|$ 를 각각  $\vec{X}$ 와  $\vec{Q}$ 의 길이라고 하자. 시간왜곡 변환 거리를 계산하는 시간은  $O(|\vec{X}||\vec{Q}|)$ 의 시간 복잡도를 갖는다[9]. 평균 길이가  $\bar{L}$ 인  $M$  개의 데이터 시퀀스에 대하여 전체 시퀀스 탐색은  $O(M\bar{L}|\vec{Q}|)$ 의 복잡도를 갖는다. 따라서, 탐색 비용은 데이터 시퀀스의 전체 개수와 평균 길이 각각에 대하여 1차 함수로 증가한다.

다음은 서브시퀀스 탐색에 대하여 계산 비용을 설명한다. 길이  $L$ 인 데이터 시퀀스  $\vec{X}$ 는  $L(L+1)/2$  개의 서브시퀀스를 포함한다. 평균 길이가  $\bar{L}$ 인  $M$  개의 데이터 시퀀스에 대하여, 서브시퀀스를 탐색하는 시간은  $O(M\bar{L}^2|\vec{Q}|)$ 의 시간 복잡도를 갖는다. 따라서, 탐색 비용은 데이터 시퀀스의 전체 개수에 대한 1차 함수로 증가하는 반면, 평균 길이에 대해서는 2차 함수로 증가한다.

시퀀스 탐색의 속도를 높이기 위하여 R-트리(R-tree) [10]와 같은 공간 인덱스 구조(spatial index structure)가 널리 이용된다. 그러나, 시간왜곡 변환 거리가 삼각 부등식(triangular inequality)을 만족하지 않기 때문에 [7], 삼각 부등식에 기반한 이러한 액세스 방법(access method)은 시간왜곡 변환 하에서 착오 기각(false dismissal)[1]을 유발한다. 이러한 문제를 극복하기 위하여, 참고문헌 [6]에서는 삼각 부등식에 기반하지 않는

분류된 접미사 트리(categorized suffix tree)[11, 12]를 이용한 서브시퀀스 탐색 기법을 제안하였다. 이 기법은 탐색 속도를 상당히 향상시켰으나, 여전히 탐색 시간이 데이터 시퀀스의 평균 길이에 2차 함수로 증가한다. 따라서, 많은 수의 긴 시퀀스가 저장되어 있는 일반적인 데이터베이스 환경에서는 탐색 성능이 심각하게 저하된다.

본 논문에서는 위와 같은 문제를 해결하기 위한 새로운 방안을 제시한다. 본 논문의 일차적인 목적은 데이터 시퀀스의 평균 길이에 선형으로 비례하는 서브시퀀스 탐색 방법을 고안하는 것이다. 이를 위하여, 세그먼트 기반의 서브시퀀스 탐색 기법(Segment-Based Approach for Subsequence Searches: SBASS)을 제안하고, SBASS를 위한 효율적인 인덱싱 방법을 제시한다.

SBASS는 데이터와 질의 시퀀스를 단조적으로 변화하는(monotonically changing) 연속된 요소 값들로 구성된 세그먼트 쌍으로 분할하고, 다음의 두 가지 조건을 만족하는 모든 데이터 시퀀스를 검색한다. (1) 세그먼트의 개수가 질의 시퀀스의 세그먼트 개수와 같다. (2) 모든 세그먼트 쌍 간의 거리가 오차 한도(tolerance) 이내이다. 세그먼트의 길이는 다양하게 결정되므로, 시간왜곡 변환 거리가 세그먼트 쌍 간의 유사성 척도로 사용된다[3].

착오 기각 없이 유사한 서브시퀀스를 효율적으로 검색하기 위하여, 각 세그먼트로부터 특성 벡터(feature vector)를 추출하고, R-트리 필터(R-tree filter), 특성 필터(feature filter), 순서 필터(successor filter)의 세 필터를 이용하여 탐색을 수행한다. R-트리 필터는 세그먼트의 경계 값(boundary values)을 이용하여 질의 세그먼트와 유사한 후보 세그먼트 집합을 검색한다. 특성 필터는 나머지 특성들을 이용하여 이러한 후보 세그먼트 집합을 좀더 정제한다. 마지막으로, 순서 필터는 후보 세그먼트들 간의 순서 관계를 이용하여 후보 서브시퀀스를 반환한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 제 2 절에서는 시퀀스 탐색 문제에 대하여 간략히 소개한다. 제 3 절에서는 SBASS를 설명하고, SBASS에서 사용되는 유사성 척도를 정의한다. 인덱스 생성과 질의 처리 방법은 각각 제 4 절과 제 5 절에서 제시한다. 제 6 절에서는 성능 평가를 통하여 제안된 기법의 효율성을 검증한다. 마지막으로, 제 7 절에서는 본 논문을 요약하고, 향후 연구 방향을 제시한다.

3) 본 논문에서는 이와 같이 시간왜곡 변환 거리를 세그먼트간의 유사성의 척도로서 사용하며, 시퀀스간의 유사성의 척도로서는 제 3.2절에서 제안하는 모델을 사용한다.

1) 예를 들면, 음성을 이용한 화자 인식 시스템을 고려해 보자. 같은 사람이 같은 단어를 읽더라도 읽는 시간이 일정하지 않으므로 두 개의 음성 데이터 시퀀스는 그 길이가 서로 다르다. 따라서 유클리드 거리를 이용한 유사 정도의 측정은 불가능하다. 시간왜곡 거리는 이와 같이 길이가 다른 두 개의 시퀀스들에 대해서도 요소값 반복을 통하여 유사 정도를 측정할 수 있으므로 현재 음성 인식 분야에서 매우 유용하게 사용되고 있다.

2) 두 시퀀스간의 시간왜곡 변환 거리를 계산하는 효과적인 방법으로 동적 프로그래밍 기법이 제안된 바 있으며 [2], 이 기법의 시간 복잡도는  $O(|\vec{X}||\vec{Q}|)$ 이다.

## 2. 관련 연구

최근에, 빠른 유사 시퀀스 검색을 위한 다양한 기법들이 제안되었다. 참고문헌 [1]에서는 DFT(Discrete Fourier Transform)를 이용하여 전체 시퀀스를 주파수 도메인(frequency domain)으로 변환하고, 앞의 몇 개의 계수들만을 선택함으로써 각 시퀀스를 저차원 공간의 점으로 매핑한다. 효율적인 유사 시퀀스 검색을 위하여 R\*-트리를 이용한다. 참고문헌 [9]에서는 이러한 방법을 유사 서브시퀀스 탐색을 위하여 확장하였다. 그러나, 이러한 방법들은 유사성 척도로 유클리드 거리를 이용하므로 서로 길이가 다른 시퀀스들에는 적용이 불가능하다.

참고문헌 [6, 7, 13]의 기법들은 서로 다른 길이의 시퀀스 간의 매칭을 허용한다. 참고문헌 [4]에서는 편집 거리(edit distance)를 약간 수정하여 대부분의 요소 값들이 일치하면 두 개의 시퀀스를 유사하다고 판정한다. 참고문헌 [7]에서는 시간왜곡 변환 거리를 유사성의 척도로 사용하며, FastMap[14] 인덱스 여과 과정과 하한 거리 여과 과정의 두 단계 여과 과정을 이용한다. 수정된 편집 거리와 시간왜곡 변환 거리는 계산 비용이 높기 때문에, 참고문헌 [7, 13]에서는 모두 전체 시퀀스 탐색만 고려한다. 참고문헌 [6]에서는 시간왜곡 변환 거리를 이용한 서브시퀀스 탐색을 위하여 새로운 액세스 방법을 제시한다. 참고문헌 [6]의 탐색 기법은 분류된 접미사 트리를 인덱싱 구조로, 두개의 하한 거리 함수를 인덱스 필터로 사용하여 착오 기각 없이 유사한 서브시퀀스를 검색한다. 그러나, 그 계산 복잡도는 여전히 데이터 시퀀스의 평균 길이에 2차 함수로 증가한다.

세그먼트에 기반한 서브시퀀스 탐색 알고리즘들이 참고문헌 [4, 5]에서 제안되었다. 참고문헌 [9]에서는 데이터 시퀀스를 선형(linear) 세그먼트 쌍의 순차적 리스트(ordered list)로 변환하여, 세그먼트의 경계에서 시작하고 끝나는 서브시퀀스를 시간왜곡 변환 거리를 이용하여 질의 시퀀스와 비교한다. 이 방법은 탐색 시간을 상당히 줄일 수 있으나, 세그먼트를 하나의 선으로 표현하는 방식은 세그먼트에 대한 많은 정보를 유실할 수 있으며, 질의 처리 시간도 데이터 세그먼트의 전체 개수에 2차 함수로 증가한다.

참고문헌 [5]에서도 유사성의 척도로 누적된 시간왜곡 변환 거리(accumulated time warping distance)를 이용한, 세그먼트 기반의 서브시퀀스 탐색 기법을 제안하였다. 효율적인 질의 처리를 위하여, 참고문헌[5]에서는 데이터 시퀀스로부터 특성 벡터를 추출하고, 분류된

특성 벡터로 접미사 트리를 생성한다. 참고문헌[5]의 기법은 꽤 우수한 서브시퀀스 탐색 성능을 보이나, 최적의 분류 개수를 구하기 어렵고 접미사 트리는 데이터 시퀀스가 길어지면 크기가 매우 커지는 경향이 있다.

## 3. 세그먼트 기반 서브시퀀스 탐색 기법 (SBASS)

본 절에서는 SBASS에 대하여 설명한다. SBASS는 질의 시퀀스와 비교 대상이 되는 서브 시퀀스의 수를 줄이기 위하여 유사도를 계산할 때 타임 워핑 거리를 이용하는 기존의 방법을 약간 변형한다. SBASS는 먼저 데이터 시퀀스와 질의 시퀀스를 각각 세그먼트들의 순차적 리스트로 변환한다. 질의 시퀀스가 갖는 세그먼트의 수를  $n$ 이라 가정하자. 질의 처리 시, SBASS는  $n$ 개의 연속된 세그먼트들로 구성되는 정렬된 서브시퀀스(aligned subsequence)들만을 비교 대상으로 한다.

어떤 시퀀스 SQ내의 정렬된 서브시퀀스 ASS란 다음과 같은 두 가지 조건을 만족하는 SQ내의 서브시퀀스 SS를 의미한다. (1) SS의 첫 요소 값이 SQ내의 한 세그먼트 S의 첫 요소 값이어야 한다. (2) SS의 마지막 요소 값이 S 혹은 SQ내에서 S 이후에 나타나는 다른 세그먼트 S'의 마지막 요소 값이어야 한다. 즉, 정렬된 서브시퀀스는 해당 시퀀스내의 세그먼트들의 리스트를 의미하므로, 세그먼트 중간에서 시작되거나 끝나는 서브시퀀스는 정렬된 서브시퀀스가 아니다. 따라서  $N$ 개의 세그먼트들로 구성되는 데이터 시퀀스는  $N(N+1)/2$  개의 정렬된 서브시퀀스를 갖는다.

SBASS에서는 질의 시퀀스  $\vec{q}$ 가 주어졌을 때,  $\vec{q}$  내의 세그먼트의 개수와 같은 수의 세그먼트를 갖는 정렬된 서브시퀀스만을 검색하여  $\vec{q}$ 와 비교한다. 정렬된 서브시퀀스  $\vec{x}$ 와 질의 시퀀스  $\vec{q}$ 가 모두  $K$  개의 세그먼트를 포함한다고 하자.  $\vec{x}$ 와  $\vec{q}$  간의 유사성은  $\vec{x}$ 와  $\vec{q}$ 의 대응되는 세그먼트 쌍 간의 유사성에 의해 결정된다. SBASS에서는  $\vec{x}$ 의 모든  $i$  ( $1 \leq i \leq K$ )번째 세그먼트가  $\vec{q}$ 의 모든  $i$ 번째 세그먼트와 유사할 때  $\vec{x}$ 와  $\vec{q}$ 가 유사하다고 판정한다. 표 1은 본 논문에서 사용된 표기법의 리스트를 보인다.

SBASS의 계산 비용은 다음과 같다. 세그먼트 내의 요소 값들의 평균 개수가  $c$ 라면, 각 세그먼트 쌍의 시간왜곡 변환 거리를 계산하는 비용은  $O(c^2)$ 이다. 질의 시퀀스  $\vec{q}$  내에는  $|\vec{q}|/c$  개의 세그먼트가 존재한다. 따라서  $|\vec{q}|/c$  개의 세그먼트를 갖는 정렬된 서브시퀀스와 질의 시퀀스간의 유사 정도를 계산하기 위한 비용은

표 1 표기법 리스트

표 기 법	설 명
$\vec{X}$	수치 값들로 구성된 시퀀스 $\vec{X} = \langle X_1, \dots, X_N \rangle$ .
$\vec{x}$	서브시퀀스 또는 정렬된 서브시퀀스 $\vec{x} = \langle x_1, \dots, x_N \rangle$ .
$\vec{X}^s$	$\vec{X}$ 의 세그먼트 표현. $\vec{X}^s[i]$ 는 $\vec{X}$ 의 i번째 세그먼트.
$\vec{a}$	세그먼트. $\vec{a} = \langle a_1, \dots, a_N \rangle$ .
$F(\vec{a})$	$\vec{a}$ 로부터 얻어진 특성 벡터.
$IP(i)$	경향선(interpolation line)에서 얻어진 i번째 요소 값.
$D(\vec{x}, \vec{y})$	두 정렬된 서브시퀀스 $\vec{x}$ 와 $\vec{y}$ 간의 거리 함수.
$D_m(\vec{a}, \vec{b})$	두 세그먼트 $\vec{a}$ 와 $\vec{b}$ 간의 시간왜곡 변환 거리 함수.
$D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{b}))$	두 특성 벡터 $F(\vec{a})$ 와 $F(\vec{b})$ 간의 거리 함수.

$O(c^2 |\vec{d}|/c) = O(c |\vec{d}|)$ 이 된다. 전체 데이터시퀀스  $\vec{X}$ 내의 세그먼트의 수는  $|\vec{X}|/c$  이므로, 이 데이터 시퀀스내에서 연속적으로  $|\vec{d}|/c$  개의 세그먼트들을 갖는 정렬된 서브시퀀스들의 수는  $|\vec{X}|/c - |\vec{d}|/c + 1$ 이다. 따라서  $\vec{X}$ 와  $\vec{d}$ 간의 서브시퀀스 탐색을 위한 비용은  $(|\vec{X}|/c - |\vec{d}|/c + 1) \times (c|\vec{d}|) = |\vec{d}|(|\vec{X}| - |\vec{d}| + c)$ 가 된다. 이 비용은 데이터 시퀀스의 길이에 대한 1차 함수로 나타나므로, 2차 함수로 나타나는 동적 프로그래밍 기법에 비하여 좋은 성능을 얻을 수 있다.

3.1 세그먼트 분할

하나의 시퀀스로부터 추출한 세그먼트의 순차적 리스트를 구하는 방법은 여러 가지가 존재한다. 여기에서는 세그먼트로부터 유용한 특성 벡터를 추출하기 위해서 모든 세그먼트가 단조적으로 변화하는 패턴을 갖도록 하는 방법을 사용한다.

하나의 세그먼트  $\vec{a} = \langle a_1, a_2, \dots, a_N \rangle$ 에서  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_N$  (단조 증가 패턴) 또는  $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_N$  (단조 감소 패턴) 성질이 만족되면,  $\vec{a}$ 는 단조 변화 패턴을 갖는다고 한다. 그림 1은 시퀀스  $\vec{X}$ 로부터 세그먼트 표현  $\vec{X}^s$ 를 얻기 위한 알고리즘을 보인다. 여기에서,  $\langle \rangle$ 은 빈(empty) 시퀀스를 표현하며, ‘.’은 피연산자 시퀀스들을 연결(concatenate)하는 이진 연산자이다. 예를 들어,  $\langle 4, 5, 6 \rangle \cdot \langle 7, 8 \rangle$ 의 결과는  $\langle 4, 5, 6, 7, 8 \rangle$ 이다.

주어진 세그먼트  $\vec{a} = \langle a_1, \dots, a_N \rangle$ 에 대하여, 처음과 마지막 경계 요소 값  $a_1$ 과  $a_N$ 을 연결하는 선을 경향선(interpolation line)이라 정의한다. 만약 경향선으로부터 미리 정해진 한도값(threshold)을 초과하여 벗어나는 요

소 값  $a_i$ 가 존재하면 그 세그먼트를 둘로 분할할 수도 있다. 세그먼트 분할 과정은 모든 요소 값들이 한도값 이내에 들어올 때까지 재귀적으로(recursively) 진행할 수 있다. 이러한 재분할 과정은 각 세그먼트가 경향선에 가까워지도록 할 수 있다. 그러나 이러한 한도값의 적절한 설정은 데이터베이스 내에 저장된 시퀀스 요소값들의 분포 특성에 큰 영향을 받는다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제점으로 인하여 재분할에 대해서는 고려하지 않는다<sup>4)</sup>.

얻어진 세그먼트의 개수는 시퀀스 내의 요소 값들의 분포에 의존적이나, 많은 경우 원래 시퀀스의 요소 값들의 개수에 비하여 매우 적다. 세그먼트 내의 요소 값들의 평균 개수를 나타내기 위하여 압축률(compaction ratio: CR),  $CR = |\vec{X}|/|\vec{X}^s|$  값을 이용한다.

```

입력: 시퀀스  $\vec{X}$ 
출력: 세그먼트 분할된 시퀀스  $\vec{X}^s$ 
 $\vec{X}^s \leftarrow \langle \rangle$ ;
 $\vec{T} \leftarrow \langle \rangle$ ;
for i  $\leftarrow$  1 to  $|\vec{X}|$  do
    if  $\vec{T} \cdot \langle X_i \rangle$  maintains the monotonically
       changing property then
         $\vec{T} \leftarrow \vec{T} \cdot \langle X_i \rangle$ ;
    else
        Insert  $\vec{T}$  into  $\vec{X}^s$ ;
         $\vec{T} \leftarrow \langle X_i \rangle$ ;
    endif
end for
Insert  $\vec{T}$  into  $\vec{X}^s$ ;  $\vec{X}$ 
return  $\vec{X}^s$ ;
    
```

그림 1 세그먼트 분할 알고리즘

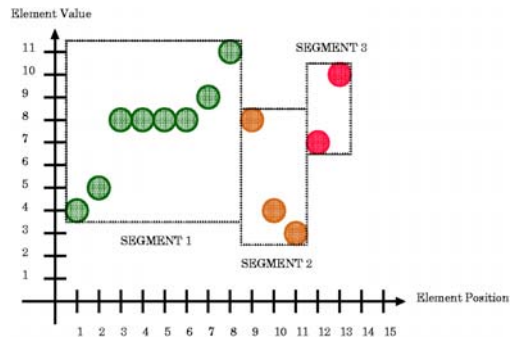


그림 2 세그먼트 분할 예

4) 향후 연구 방향의 하나로서 이러한 한도값과 요소값들의 분포에 상관 관계에 대하여 정성적 및 정량적인 분석을 수행할 예정이다.

예제 1: 데이터 시퀀스  $\vec{x} = \langle 4,5,8,8,8,9,11,8,4,3,7,10 \rangle$ 을 고려해 보자. 그림 2에서 보인 것과 같이,  $\vec{x}$ 는 그림 1의 알고리즘에 의해  $\vec{x}^s = \langle \langle 4,5,8,8,8,9,11 \rangle, \langle 8,4,3 \rangle, \langle 7,10 \rangle \rangle$ 과 같이 세그먼트 분할된다. 따라서,  $\vec{x}^s[1] = \langle 4,5,8,8,8,9,11 \rangle$ ,  $\vec{x}^s[2] = \langle 8,4,3 \rangle$ ,  $\vec{x}^s[3] = \langle 7,10 \rangle$ 이다.  $|\vec{x}| = 13$ 이고  $|\vec{x}^s| = 3$ 이므로,  $CR = 13/3 = 4.3$ 이다.

**3.2 유사성 척도**

주어진 두개의 시퀀스에 대한 적절한 유사성 척도를 찾기가 어려운 이유는 정량적으로 일치하는 시퀀스들이 정성적으로는 다를 수 있기 때문이다. SBASS에서는 사용자가 직감적으로 알 수 있고 서로 다른 길이의 시퀀스에 대해서도 적용 가능한 유사성 척도를 제안한다.

정의 1: K 개의 세그먼트를 포함하는 두개의 주어진 정렬된 서브시퀀스  $\vec{x}$ 와  $\vec{y}$ 에 대하여, 거리 함수  $D(\vec{x}, \vec{y})$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$D(\vec{x}, \vec{y}) = \max(D_{tw}(\vec{x}^s[1], \vec{y}^s[1]), D_{tw}(\vec{x}^s[2], \vec{y}^s[2]), \dots, D_{tw}(\vec{x}^s[K], \vec{y}^s[K]))$$

여기에서,  $D_{tw}(\vec{x}^s[i], \vec{y}^s[i])$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ )는 두 세그먼트  $\vec{x}^s[i]$ 와  $\vec{y}^s[i]$ 에 대한 시간왜곡 변환 거리 함수이다. 이러한 정의는 만약  $D(\vec{x}, \vec{y}) = \epsilon$ 이면, 모든 세그먼트 쌍에 대하여 시간왜곡 변환 거리가  $\epsilon$  이내임을 나타낸다. □

시간왜곡 변환 거리 함수는 두 세그먼트 간의 거리를 최소화하기 위하여 한 세그먼트의 각 요소 값이 다른 세그먼트의 하나 이상의 인접한 요소 값들과 매칭되는 것을 허용한다[8, 9]. 그 정의는 다음과 같다[8].

정의 2: 주어진 두 개의 비지 않은(non-empty) 세그먼트  $\vec{\alpha}$ 와  $\vec{\beta}$ 에 대하여, 시간왜곡 변환 거리 함수  $D_{tw}(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$D_{tw}(\langle \rangle, \langle \rangle) = 0$$

$$D_{tw}(\vec{\alpha}, \langle \rangle) = D_{tw}(\langle \rangle, \vec{\beta}) = \infty$$

$$D_{tw}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = |\alpha_1 - \beta_1| + \min \left\{ \begin{array}{l} D_{tw}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}[2:-1]) \\ D_{tw}(\vec{\alpha}[2:-1], \vec{\beta}) \\ D_{tw}(\vec{\alpha}[2:-1], \vec{\beta}[2:-1]) \end{array} \right.$$

여기에서,  $\langle \rangle$ 는 빈 세그먼트를 나타내고,  $\vec{\alpha}[2:-1]$ 는  $\vec{\alpha}$ 의 첫 요소 값을 제외한 나머지 모든 요소 값들을 포함하는 서브세그먼트(subsegment)이다. □

**4. 인덱스 생성**

효율적인 서브시퀀스 탐색을 위하여, 데이터 세그먼트로부터 추출한 특성 벡터로 구성된 수정된 R-트리를 이용한다. 먼저 본 절에서 사용할 몇가지 표기법을 정의한다. 하나의 세그먼트  $\vec{a} = \langle a_1, a_2, \dots, a_N \rangle$  내의 최소, 최대 요소 값은 각각  $\min(\vec{a})$ ,  $\max(\vec{a})$ 로 표기한다. 단조 감소 패턴에서는  $\min(\vec{a}) = a_N$ 이고,  $\max(\vec{a}) = a_1$ 이다.  $a_i - \min(\vec{a})$ 를 i번째 요소 값의 높이(height)  $h_i$ 라고 하면,  $\vec{a}$ 는  $\vec{a} = \langle a_1, \min(\vec{a}) + h_2, \dots, \min(\vec{a}) + h_{N-1}, a_N \rangle$ 으로 다시 쓸 수 있다.

**4.1 특성 추출**

주어진 세그먼트  $\vec{a} = \langle a_1, \dots, a_N \rangle$ 에 대하여, 단조 변화 특성을 이용하여 6-튜플 특성 벡터(6-tuple feature vector)  $F(\vec{a}) = (B, L, N, H, Eu, Ed)$ 를 추출한다. B와 L은 각각 처음 요소 값( $= a_1$ )과 마지막 요소 값( $= a_N$ )이며, N은 요소 값의 개수이다. H는 두번째부터 (N-1)번째까지 요소 값들의 높이의 합이다.

즉,  $H = \sum_{i=2}^{N-1} h_i = \sum_{i=2}^{N-1} (a_i - \min(\vec{a}))$ 이다. Eu는  $\vec{a}$ 의 경향선으로부터 벗어난 양의(non-negative) 편차 값 중의 최대값이며, Ed는  $\vec{a}$ 의 경향선으로부터 벗어난 음의(non-positive) 편차 값 중의 최소값이다.

세그먼트  $\vec{a}$ 의 경향선은 처음과 마지막 요소 값을 연결함으로써 얻어지므로,  $IP(i) = \left( \frac{a_N - a_1}{N-1} \right) i + \left( a_1 - \frac{a_N - a_1}{N-1} \right)$ 과 같이 표현할 수 있다.  $a_1$ 과  $a_N$ 을 각각 특성 벡터 내의 B와 L로 대치할 수 있으므로, 경향선은  $IP(i) = \left( \frac{L-B}{N-1} \right) i + \left( B - \frac{L-B}{N-1} \right)$ 와 같이 표현할 수도 있다.  $\vec{a}$ 의 i번째 요소 값에 대한 편차 값(deviation value)은  $a_i - IP(i)$ 로 정의한다. 모든 요소 값에 대한 편차 값 중에서 가장 큰 양의 값이 Eu에, 가장 작은 음의 값이 Ed에 할당된다.

예제 2: 세그먼트  $\vec{a} = \langle 4, 5, 8, 8, 8, 8, 9, 11 \rangle$ 로부터 특성 벡터를 추출한다. B = 4, L = 11, N = 8은 쉽게 얻어진다. H는  $H = \sum_{i=2}^{N-1} (a_i - \min(\vec{a})) = (5-4) + (8-4) + (8-4) + (8-4) + (9-4) = 22$ 이다. Eu와 Ed는 경향선  $IP(i) = i + 3$ 으로부터 구해진다. 여덟개의 편차 값  $\{ 4-IP(1), 5-IP(2), 8-IP(3), 8-IP(4), 8-IP(5), 8-IP(6), 9-IP(7), 11-IP(8) \} = \{ 0, 0, 2, 1, 0, -1, -1, 0 \}$ 으로부터 Eu는 2, Ed는 -1을 얻는다. 따라서,  $F(\vec{a}) = \langle 4, 11, 8, 22, -1 \rangle$ 이다. □

### 4.2 R-트리 생성

R-트리는 영역 질의와 점 질의를 모두 효율적으로 지원하는 균형(height-balanced) 공간 인덱스 구조이다 [10]. R-트리의 데이터 노드(leaf data node)에는 (MBR, ID) 형태의 엔트리가 포함되어 있다. 여기에서 ID는 공간 객체 식별자이고, MBR은 공간 객체의 최소 포함 사각형(minimum bounding rectangle, MBR)이다. 디렉토리 노드(non-leaf directory node)는 (MBR, ChildPointer) 형태의 엔트리를 포함한다. 여기에서 ChildPointer는 자식 노드(child node)의 주소이고 MBR은 자식 노드 내의 모든 MBR을 포함하는 MBR이다.

질의 세그먼트와 유사하지 않은 세그먼트들을 여과하기 위하여 데이터 세그먼트로부터 추출한 특성 벡터를 이용하여 R-트리를 생성한다. 각 특성 벡터는 데이터 노드의 한 엔트리에 해당한다. 효율적인 여과를 위하여 R-트리 구조를 수정한다. 수정된 R-트리는 특성 벡터  $F(\vec{a}) = (B, L, N, H, Eu, Ed)$  내의 처음과 마지막 요소 값(B와 L)만을 키 애트리뷰트(key attribute)로 이용한다. 나머지 네 개의 특성 값들은 이후의 여과 과정을 위하여 데이터 노드에만 저장된다. 따라서, 데이터 노드 엔트리의 구조는 (MBR, ID, OtherFeatures)로 되며, 여기에서 MBR은 2차원의 점 (B, L), ID는 인덱싱된 세그먼트의 식별자, OtherFeatures는 나머지 특성 값들 (N, H, Eu, Ed)이다. 데이터 노드 엔트리의 구조는 변경되지 않는다.

데이터베이스 내에서 실제 데이터 시퀀스를 효율적으로 찾을 수 있고 세그먼트들 간의 순서 관계를 쉽게 알 수 있도록 세그먼트 식별자는 (sequence#, segment#)로 표현한다. 세그먼트  $\vec{a}$ 가 식별자 (t, s)를 갖는다면, 바로 이전에 오는 세그먼트  $prev(\vec{a})$ 는 식별자 (t, s-1)를 갖고, 바로 다음의 세그먼트  $next(\vec{a})$ 는 식별자 (t, s+1)를 갖는다.

### 5. 질의 처리

본 절에서는 질의 시퀀스  $\vec{q}$ 와 오차 한도  $\epsilon$  이내의 정렬된 서브시퀀스를 효율적으로 검색하기 위한 질의 처리 알고리즘을 제시한다.  $\vec{x}$ 와  $\vec{q}$  간의 거리가  $\epsilon$  이내인 경우는 모든 세그먼트 쌍이  $\epsilon$  이내의 시간왜곡 변환 거리를 갖는 경우이다. 제안된 알고리즘은 그림 3에서 보인 바와 같이 세 가지의 여과 과정과 후처리 과정으로 구성된다.

제안된 알고리즘은 먼저 질의 시퀀스  $\vec{q}$ 를 세그먼트

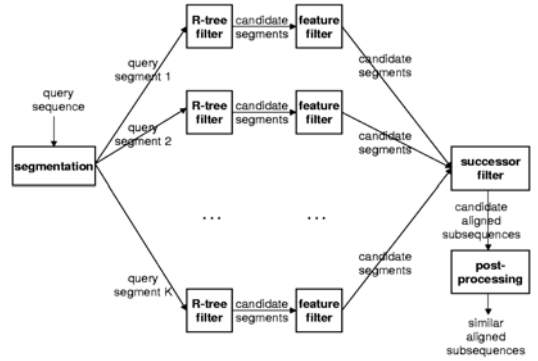


그림 3 질의 처리

분할한  $\vec{q}^s$ 로 변환한다. 그리고 나서, 각 질의 세그먼트는 R-트리 필터로 보내진다. 세그먼트의 처음과 마지막 값을 이용하여 R-트리 필터는 전달된 질의 세그먼트와 유사한 후보 세그먼트의 집합을 반환한다. R-트리 필터는 환경에 따라 순차적 또는 병렬적으로 실행할 수 있다. 특성 필터는 R-트리 데이터 노드에 포함된 모든 특성들을 이용하여 R-트리 필터로부터의 출력을 좀더 정제한다. 순서 필터는 모든 특성 필터로부터의 출력을 받아서 후보 세그먼트 간의 순서 관계를 이용하여 후보 서브시퀀스를 조립한다. 후처리 과정에서 실제 데이터 시퀀스  $\vec{x}$ 를 데이터베이스에서 읽어 들여 제안된 유사성 척도  $D(x, \vec{q})$ 를 적용하여 착오 채택(false alarm)[1]을 제거하여 최종 결과를 얻는다.

#### 5.1 R-트리 필터

주어진 질의 세그먼트의 처음과 마지막 요소 값에 대응되는 점 (B, L)과 오차 한도  $\epsilon$ 에 대하여, R-트리 필터는 2-차원 질의 사각형  $([B - \epsilon, B + \epsilon], [L - \epsilon, L + \epsilon])$  내에 위치하는 데이터 점들을 찾는다. 질의 사각형에 속하는 점들의 집합은 처음과 마지막 요소 값들이 각각  $[B - \epsilon, B + \epsilon]$ 과  $[L - \epsilon, L + \epsilon]$  범위 안에 포함되는 데이터 세그먼트들의 집합을 나타낸다. 다음의 정리를 통하여 질의 사각형 외부의 데이터 세그먼트는 항상 질의 세그먼트로부터  $\epsilon$ 보다 큰 시간왜곡 변환 거리를 가짐을 보인다.

정리 1: 주어진 세그먼트  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 가 각각 데이터 점 (B, L)과 (B', L')으로 나타낼 때, 만약  $|B - B'| > \epsilon$  또는  $|L - L'| > \epsilon$ 이면, 항상  $D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta}) > \epsilon$ 이다.

증명:  $m = \langle m_1, m_2, \dots, m_r \rangle$ 을 시간왜곡 변환 거리  $D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta})$ 를 계산하기 위한 최선의 요소 값 매핑(mapping)이라고 하자. 각 매핑  $m_k (k=1, \dots, r)$ 는 요소

값들의 쌍  $(\alpha_{f(k)}, \beta_{g(k)})$ 을 나타내고, 여기에서  $f(k)$ 와  $g(k)$ 는 반환 값의 범위가 각각  $\{1, \dots, |\vec{a}|\}$ 와  $\{1, \dots, |\vec{\beta}|\}$ 인 시간왜곡 함수이다. 매핑  $m_k$ 에 의한 거리는  $|m_k| = |\alpha_{f(k)} - \beta_{g(k)}|$ 로 표현하고,  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$  간의 시간왜곡 변환 거리는  $D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta}) = \sum_{k=1}^r |m_k|$ 로 계산한다. 시간왜곡 변환 거리의 한계값 조건(boundary condition) [9]에 따라  $m_1 = (B, B')$ 이고  $m_r = (L, L')$ 이다.  $\sum_{k=2}^{r-1} |m_k| \geq 0$ 이므로,  $|B - B'| > \varepsilon$  또는  $|L - L'| > \varepsilon$ 이면,  $D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta}) > \varepsilon$ 이다. □

R-트리의 데이터 노드 엔트리가 세그먼트의 여섯 개의 특성 값을 모두 포함하므로 R-트리 필터는 레코드  $(ID(\vec{a}), F(\vec{a}))$ 의 집합을 반환한다. 여기에서,  $ID(\vec{a})$ 와  $F(\vec{a})$ 는 각각  $\vec{a}$ 의 식별자와 특성 벡터이다.

R-트리 필터의 여과율(filtering rate)은 질의 시에 주어진 오차 한도  $\varepsilon$ 에 따라 좌우된다.  $\varepsilon$ 이 증가하여 질의 결과 개수가 증가하면, 여과율은 낮아진다. 여과율은 세그먼트의 데이터 분포에 따라서도 좌우된다. 질의 사각형이 데이터 밀도가 낮은 영역에 떨어지면 여과율은 높아지고, 반면에 데이터 밀도가 높은 영역에서는 여과율은 감소한다.

5.2 특성 필터

특성 필터는 R-트리 필터의 출력에 대하여 모든 추출된 특성 값들을 이용하여 좀더 정확하게 두 세그먼트 간의 거리를 추정함으로써 필터링을 수행한다. 특성 필터에 사용되는 거리 함수를 설명하기 전에 기본적인 표기법과 개념을 설명한다.

5.2.1 요소 값들의 범위

주어진 세그먼트에 대하여, 그 특성 벡터는 쉽게 얻어진다. 그러나, 특성 벡터로부터 세그먼트에 포함된 정확한 요소 값들은 구할 수 없다. 대신에, 각 요소 값들의 가능한 범위를 추정할 수 있다. 경향선  $IP(i)$ 와 최대 편차 값  $Eu$ , 최소 편차 값  $Ed$ 에 대하여,  $i$ 번째 요소 값이  $IP(i) + Ed$ 와  $IP(i) + Eu$  사이에 존재함은 명백하다.  $i$ 번째 요소 값의 범위는 그 값이 세그먼트의 최소값보다 크고 최대값보다 작다는 분명한 사실을 이용하여 좀더 좁아질 수 있다. 즉,  $i$ 번째 요소 값은  $\max(IP(i) + Ed, \min(\vec{a}))$ 와  $\min(IP(i) + Eu, \max(\vec{a}))$  사이에 존재한다.  $i$ 번째 요소 값의 범위를 나타내기 위하여  $LB_i$ 와  $UB_i$  표기법을 사용한다.

정의 3: 주어진 특성 벡터  $F(\vec{a}) = (B, L, N, H, Eu, Ed)$ 에 대하여,  $i$ 번째 요소 값의 하한과 상한 값은 다음과 같이 정의한다.

$$LB_i = \max(IP(i) + Ed, \min(\vec{a}))$$

$$UB_i = \min(IP(i) + Eu, \max(\vec{a}))$$

□

예제 3: 세그먼트  $\vec{a}$ 의 두번째 요소 값의 범위를 특성 벡터  $F(\vec{a}) = \langle 4, 11, 8, 22, 2, -1 \rangle$ 로부터 구한다. 두 점 (1, 4)와 (8, 11)을 연결하는 경향선이  $IP(i) = i + 3$ 이므로, 다음 값들을 얻을 수 있다.

$$LB_2 = \max(IP(2) + Ed, \min(\vec{a})) = \max(5 - 1, 4) = 4$$

$$UB_2 = \min(IP(2) + Eu, \max(\vec{a})) = \min(5 + 2, 11) = 7$$

5.2.2 UBset과 LBset

주어진 특성 벡터  $F(\vec{a})$ 와  $\min(\vec{a})$ 와  $\max(\vec{a})$  사이의 값  $v$ 에 대하여, 세그먼트  $\vec{a}$ 를 묘사하기 위해 유용한 두 가지 개념을 소개한다.

-  $UBset(F(\vec{a}), v)$ 은  $v$ 보다 작은  $UB_i$ 의 집합이다.

$$UBset(F(\vec{a}), v) = \{UB_i | UB_i < v\}$$

-  $LBset(F(\vec{a}), v)$ 은  $v$ 보다 큰  $LB_i$ 의 집합이다.

$$LBset(F(\vec{a}), v) = \{LB_i | LB_i > v\}$$

특성 벡터로부터 모든  $i$ 번째 요소 값에 대한  $UB_i$ 와  $LB_i$ 를 구함으로써  $UBset(F(\vec{a}), v)$ 와  $LBset(F(\vec{a}), v)$ 를 쉽게 계산할 수 있다.  $UB_i$ 와  $LB_i$  모두  $O(1)$ 에 얻어지므로,  $UBset(F(\vec{a}), v)$ 와  $LBset(F(\vec{a}), v)$ 는  $O(|\vec{a}|)$ 의 계산 시간이 필요하다.

$UBset(F(\vec{a}), v)$ 내의 모든 값들 중에서 가장 큰 값인  $\max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 가  $v$ 에 가장 가깝다.  $\max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 가  $UB_p$ 와 같아지는 경우는 (1)  $UB_p < v$ 이고  $UB_{p+1} \geq v$  ( $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가질 때) 또는 (2)  $UB_p < v$ 이고  $UB_{p-1} \geq v$  ( $\vec{a}$ 가 감소하는 패턴을 가질 때)인 경우이다. 이러한 요소 값의 위치  $p$ 는 다음의 공식에 의하여 구해진다.

$$p = \begin{cases} \left\lceil \left[ \left( \left( \frac{N-1}{L-B} \right) (v - Eu - B + \frac{L-B}{N-1}) - 1 \right) \right] \right\rceil & \text{(a)} \\ \left\lfloor \left[ \left( \left( \frac{N-1}{L-B} \right) (v - Eu - B + \frac{L-B}{N-1}) + 1 \right) \right] \right\rfloor & \text{(b)} \end{cases}$$

- (a): ( $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가질 때)
- (b): ( $\vec{a}$ 가 감소하는 패턴을 가질 때)

여기에서,  $\lceil arg \rceil$ 는  $arg$ 보다 작지 않은 최소 정수를 반환하며,  $\lfloor arg \rfloor$ 는  $arg$ 보다 크지 않은 최대 정수를 반환하는 함수이다.

유사하게,  $LBset(F(\vec{a}), v)$  내의 모든 값들 중에서 가장 작은 값인  $\min(LBset(F(\vec{a}), v))$ 가  $v$ 에 가장 가깝다.  $\min(LBset(F(\vec{a}), v))$ 가  $LB_q$ 와 같아지는 경우는 (1)  $LB_q > v$ 이고  $LB_{q-1} \leq v$  ( $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가질 때)

또는 (2)  $LB_q > v$ 이고  $LB_{q+1} \leq v$  ( $\vec{a}$ 가 감소하는 패턴을 가질 때)인 경우이다. 이러한 요소 값의 위치  $q$ 는 다음의 공식에 의하여 구해진다.

$$q = \begin{cases} \left\lfloor \left( \left( \frac{N-1}{L-B} \right) (v - Ed - B + \frac{L-B}{N-1}) + 1 \right) \right\rfloor & \text{(a)} \\ \left\lfloor \left( \left( \frac{N-1}{L-B} \right) (v - Ed - B + \frac{L-B}{N-1}) - 1 \right) \right\rfloor & \text{(b)} \end{cases}$$

(a) : ( $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가질 때)  
 (b) : ( $\vec{a}$ 가 감소하는 패턴을 가질 때)

조건  $UB_p = \max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 를 만족하는 요소 값의 위치  $p$ 와  $LB_q = \min(LBset(F(\vec{a}), v))$ 를 만족하는 요소 값의 위치  $q$ 에 대한 공식은 부록 A에서 유도한다. 두 요소 값의 위치 모두  $O(1)$ 에 계산되므로,  $\max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 와  $\min(LBset(F(\vec{a}), v))$ 의 계산도  $O(1)$ 이다.

조건  $UB_p = \max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 를 만족하는 요소 값의 위치  $p$ 가 정해지면,  $UBset(F(\vec{a}), v)$  내의 요소 값들의 개수는 쉽게 구해진다.  $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가질 때, 모든  $i$  ( $1 \leq i \leq p$ )에 대하여  $UB_i < v$ 가 성립한다. 따라서,  $|UBset(F(\vec{a}), v)| = p$ 이다.  $\vec{a}$ 가 감소하는 패턴을 가질 때, 모든  $i$  ( $p \leq i \leq |\vec{a}|$ )에 대하여  $UB_i < v$ 가 성립한다. 그러므로,  $|UBset(F(\vec{a}), v)| = |\vec{a}| - p + 1$ 이다. 같은 방식으로,  $LBset(F(\vec{a}), v)$  내의 요소 값의 개수는 조건  $LB_q = \min(LBset(F(\vec{a}), v))$ 를 만족하는 요소 값의 위치  $q$ 로부터 구해진다.  $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가지면  $|LBset(F(\vec{a}), v)| = |\vec{a}| - q + 1$ 이고, 감소하는 패턴을 가지면  $|LBset(F(\vec{a}), v)| = q$ 이다.

예제 4: 주어진 특성 벡터  $F(\vec{a}) = \langle 4, 11, 8, 22, 2, -1 \rangle$ 와 값  $v = 9$ 에 대하여,  $\max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 와  $|UBset(F(\vec{a}), v)|$ 를 유추한다.  $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가지므로 다음을 얻는다.

$$p = \left\lfloor \left( \left( \frac{N-1}{L-B} \right) (v - Eu - B + \frac{L-B}{N-1}) - 1 \right) \right\rfloor$$

$$= \left\lfloor \left( \left( \frac{8-1}{11-4} \right) (9 - 2 - 4 + \frac{11-4}{8-1}) - 1 \right) \right\rfloor$$

$$= \lfloor 3 \rfloor = 3$$

$$UB_3 = \min(IP(3) + Eu, \max(\vec{a}))$$

$$= \min(6 + 2, 11)$$

$$= 8 = \max(UBset(F(\vec{a}), v))$$

$$|UBset(F(\vec{a}), v)| = p = 3 \quad \square$$

예제 5: 특성 벡터  $F(\vec{a}) = \langle 4, 11, 8, 22, 2, -1 \rangle$ 와 주어진 값  $v = 5$ 에 대하여,  $\min(LBset(F(\vec{a}), v))$ 와

$|LBset(F(\vec{a}), v)|$ 를 유추한다.  $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가지므로 다음을 얻는다.

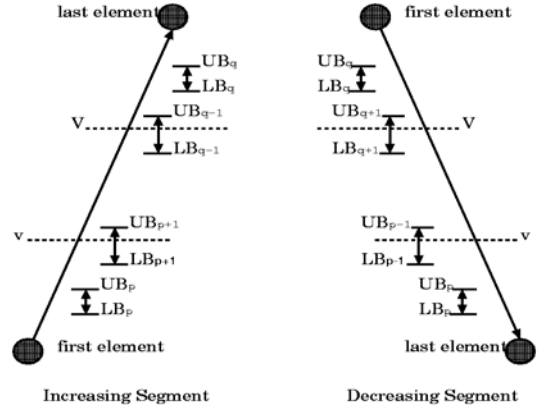


그림 4 조건  $UB_p = \max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 를 만족하는 요소 값의 위치  $p$ 와  $LB_q = \min(LBset(F(\vec{a}), v))$ 를 만족하는 요소 값의 위치  $q$

$$q = \left\lfloor \left( \left( \frac{N-1}{L-B} \right) (v - Ed - B + \frac{L-B}{N-1}) + 1 \right) \right\rfloor$$

$$= \left\lfloor \left( \left( \frac{8-1}{11-4} \right) (5 - (-1) - 4 + \frac{11-4}{8-1}) + 1 \right) \right\rfloor$$

$$= \lfloor 4 \rfloor = 4$$

$$LB_4 = \max(IP(4) + Ed, \min(\vec{a}))$$

$$= \max(7 - 1, 4)$$

$$= 6 = \min(LBset(F(\vec{a}), v))$$

$$|LBset(F(\vec{a}), v)| = |\vec{a}| - q + 1 = 8 - 4 + 1 = 5 \quad \square$$

### 5.2.3 특성 벡터 거리 함수

여기에서는 두 특성 벡터  $F(\vec{a})$ 와  $F(\vec{\beta})$ 에 대한 거리 함수  $D_H()$ 를 정의한다. 이 함수 값은 항상  $D_{th}(\vec{a}, \vec{\beta})$ 보다 작다. 설명의 편의를 위하여  $\max(\vec{a}) \geq \max(\vec{\beta})$ 라고 가정한다. 만약 성립되지 않는다면,  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 를 교환하면 된다. 거리 함수는 비교 대상인 두 특성 벡터의 범위에 따라 아래와 같이 달라진다.

정의 4: 주어진  $\vec{a}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $F(\vec{a}) = (B, L, N, H, Eu, Ed)$ ,  $F(\vec{\beta}) = (B', L', N', H', Eu', Ed')$ 에 대하여, 거리 함수  $D_H(F(\vec{a}), F(\vec{\beta}))$ 는 다음과 같이 정의한다.

- 경우 1:  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 가 서로 만나지 않을 때

$$D_H(F(\vec{a}), F(\vec{\beta})) = (\min(\vec{a}) > \max(\vec{\beta}))$$

$$= |B - B'| + |L - L'|$$

$$+ \max \left\{ \begin{aligned} &(N-2)(\min(\vec{a}) - \max(\vec{\beta})) + H \\ &(N-2)(\min(\vec{a}) - \min(\vec{\beta})) - H \end{aligned} \right.$$



- 경우 2:  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 가 서로 겹칠 때

$$\begin{aligned}
 & (\min(\vec{\beta}) \leq \min(\vec{a}) \leq \max(\vec{\beta})), \\
 & D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta})) = |B - B'| + |L - L'| + \\
 & \quad (|LBset(F(\vec{a}), \max(\vec{\beta}))| - 1) \\
 & \quad (\min(LBset(F(\vec{a}), \max(\vec{\beta}))) - \max(\vec{\beta})) \\
 & \quad + (|UBset(F(\vec{\beta}), \min(\vec{a}))| - 1)(\min(\vec{a}) \\
 & \quad - \max(UBset(F(\vec{\beta}), \min(\vec{a}))))
 \end{aligned}$$

- 경우 3:  $\vec{a}$ 가  $\vec{\beta}$ 를 포함할 때 ( $\min(\vec{a}) < \min(\vec{\beta})$ ),

$$\begin{aligned}
 & D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta})) = |B - B'| + |L - L'| + \\
 & \quad (|LBset(F(\vec{a}), \max(\vec{\beta}))| - 1) \\
 & \quad (\min(LBset(F(\vec{a}), \max(\vec{\beta}))) - \max(\vec{\beta})) \\
 & \quad + (|UBset(F(\vec{a}), \min(\vec{\beta}))| - 1)(\min(\vec{\beta}) \\
 & \quad - \max(UBset(F(\vec{a}), \min(\vec{\beta})))) \quad \square
 \end{aligned}$$

$\vec{\beta}$ 를 질의 세그먼트라고 하면, R-트리 필터로부터 반환된 레코드  $(IX(\vec{a}), F(\vec{a}))$ 에 대하여 거리 함수  $D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta}))$ 가 적용된다. 만약  $D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta})) > \epsilon$ 이면, 레코드  $(IX(\vec{a}), F(\vec{a}))$ 는 다음의 정리에 의하여 여과되어 버려진다.

정리 2: 주어진  $\vec{a}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $F(\vec{a})$ ,  $F(\vec{\beta})$ 에 대하여, 만약  $D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta})) > \epsilon$ 이면,  $D_{in}(\vec{a}, \vec{\beta}) > \epsilon$ 이다.

증명 : 부록 B 참조. □

$D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta}))$ 가 계산 복잡도  $O(1)$ 을 가지므로, R-트리 필터를 통해 반환된 레코드의 개수를  $N$ 이라 하면, 특성 필터는  $O(N)$ 의 복잡도를 갖는다.  $D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta})) \geq |B - B'| + |L - L'|$ 이므로 특성 벡터는 여과율을 높인다. 특성 필터로부터의 결과로 후보 세그먼트들을 얻는다

### 5.3 순서 필터

순서 필터는 특성 필터로부터 반환된 후보 세그먼트들 간의 순서 관계를 이용하여 그들을 연결하고, 정렬된 후보 서브시퀀스의 집합을 생성한다.

이 과정에서, 두 개의 후보 세그먼트  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 를 연결하여 하나의 서브시퀀스  $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ 를 만들기 위해서는 다음의 두가지 조건이 만족되어야 한다. (1)  $\vec{\beta} = next(\vec{a})$ , 그리고 (2)  $\vec{a}$ 가  $i$ 번째 특성 필터로부터의 결과에 포함되어 있다면,  $\vec{\beta}$ 는  $(i + 1)$ 번째 특성 벡터의 결과에 포함되어 있어야 한다. 이러한 연결 과정은 첫번째 특성 필터의 출력으로부터 시작하여 마지막 특성 필터의 출력에서 종료한다. 순서 필터에서 생성된 세그먼트들의 순서 집합은 정렬된 후보 서브시퀀스라고 부른다. 후보 서브시퀀스를 형성하지 못한 후보 세그먼트들은 순서 필터에 의하여 여과되어 버려진다.

마지막으로, 후처리 과정에서는 (1) 순서 필터로부터 정렬된 후보 서브시퀀스  $\vec{x}$ 를 얻고, (2) 데이터베이스로

부터  $\vec{x}$ 를 포함하는 데이터 시퀀스를 액세스하고, (3) 유사성 척도  $D(\vec{x}, \vec{q})$ 를 적용함으로써 남아있는 착오 채택을 최종적으로 제거한다.

## 6. 성능 평가

본 절의 목적은 제안된 SBASS가 (1) 데이터 시퀀스의 전체 개수와 평균 길이 모두에 대하여 선형으로 비례하는 성능을 가지며, (2) 순차 검색 알고리즘에 비하여 얼마나 성능 개선 효과를 가지는지 규명하는 것이다<sup>5)</sup>.

### 6.1 SBASS의 성능

제 3 절에서 SBASS가 데이터 시퀀스의 전체 개수와 평균 길이 모두에 대하여 선형의 계산 비용을 갖는다고 하였다. 이를 증명하기 위하여 SBASS와 순차 검색 알고리즘을 구현하고, 랜덤워크 데이터 시퀀스를 이용하여 성능을 측정하였다. 데이터 시퀀스를 생성하기 위한 공식은 다음과 같다.

$$\vec{X}[0] = \text{rand}([10, 100])$$

$$\vec{X}[i] = \vec{X}[i-1] + \text{rand}([-10, 10])$$

먼저, 데이터 시퀀스의 평균 길이를 500으로 고정하고, 데이터 시퀀스의 개수를 1,000에서 5,000 개로 증가시켰다. 다음에, 데이터 시퀀스의 개수를 500으로 고정하고 데이터 시퀀스의 평균 길이를 1,000에서 5,000 개로 증가시켰다. 질의 시퀀스도 데이터 시퀀스와 같은 방법으로 생성하였다. 질의 시퀀스의 평균 길이는 데이터 시퀀스의 10 분의 1로, 오차 한도  $\epsilon$ 은  $10^{-2}$  %의 결과를 얻도록 정하였다.

그림 5는 데이터 시퀀스의 개수가 증가함에 따르는 SBASS의 질의 처리 시간을 나타낸 것이다. 실험 결과에 의하면, SBASS의 질의 처리 시간은 데이터 시퀀스의 개수에 대한 1차 함수의 형태로 증가하는 것으로 나타났다. 이것은 제 3장에서 이론적으로 분석한 결과와 상응하는 것이다.

그림 6은 데이터 시퀀스의 평균 길이가 증가함에 따르는 SBASS의 질의 처리 시간을 나타낸 것이다. 실험 결과에 의하면, SBASS의 질의 처리 시간은 데이터 시퀀스의 평균 길이에 대한 1차 함수에 가까운 형태로 증가하는 것으로 나타났다. 이것은 제 3장에서 이론적으로

5) 저장 공간의 오버헤드를 성능 평가 대상으로 고려할 수 있다. 비교 대상인 순차 검색은 시퀀스 데이터베이스를 위한 별도의 저장 공간을 전혀 요구하지 않는다. 반면, 제안된 SBASS는 R-트리를 사용하므로 추가의 저장 공간을 요구한다. 그러나 사용하는 R-트리의 차원 수는 2이므로 시퀀스 데이터베이스의 크기를 고려할 때 전체 인덱스를 위한 저장 공간의 오버헤드는 상대적으로 미미하다.

분석한 결과를 검증하게 하는 것이다. 요약하면, 위의 두 실험 결과는 SBASS가 데이터베이스가 대형화되는 상황에서도 비교적 안정적인 성능을 보일 수 있음을 규명하는 것이다.

$$\vec{X} = \sum_{i=3}^7 \frac{1}{2^i} \sin(2\pi(2^{2+i} + \text{rand}(2^i)))\vec{t},$$

여기에서,  $0 \leq t \leq 1$ 이다.

길이가 모두 10,000인 100개의 데이터 시퀀스들을 생성하였다. 또한, 질의 처리를 위하여 같은 함수를 이용하여 평균 길이가 1,000인 질의 시퀀스들을 생성하였다. 각각의 질의 시퀀스에 대하여 1에서 30까지의 서로 다른 오차 한도를 주어 SBASS와 순차 검색으로 각각 처리하도록 한 다음, 각각에 대하여 수행 시간의 평균을 측정하였다.

표 2와 그림 7은 실험 결과를 나타낸 것이다. 제안된 기법은 질의의 오차 한도에 관계 없이 항상 순차 검색보다 나은 성능을 보이는 것으로 나타났으며, 최대 약 5배까지 향상된 성능을 보였다. 또한, 오차 한도가 작을수록 성능 개선의 효과는 점점 커지는 것으로 나타났다. 실제 응용에서 요구하는 질의 결과의 수가 일반적으로 작다는 것을 고려할 때, 이러한 경향은 제안된 기법의 실용성을 보여주는 매우 바람직한 현상이다.

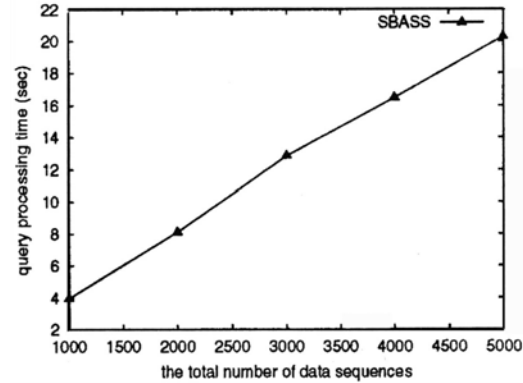


그림 5 데이터 시퀀스의 개수가 증가함에 따른 SBASS의 질의 처리 시간(데이터 시퀀스 평균 길이=500)

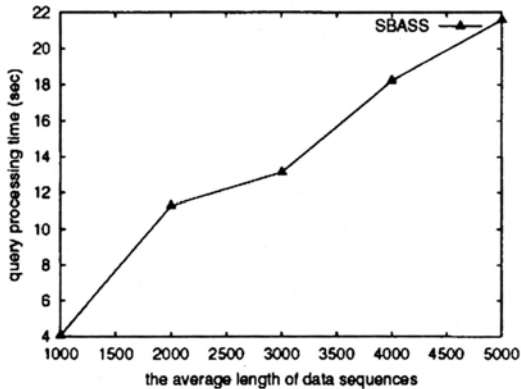


그림 6 데이터 시퀀스의 평균 길이가 증가함에 따른 SBASS의 질의 처리 시간(데이터 시퀀스 전체 개수=500)

### 6.2 성능 비교

제안된 기법의 성능 개선 효과를 규명하기 위하여 순차 검색과 질의 처리 성능을 비교 검토하였다. 성능 비교 실험을 위하여 UC Irvine KDD Archive(<http://kdd.ics.uci.edu>)에서 얻어진 "Pseudo Periodic Synthetic Time Series" 데이터 집합을 이용하였다. "Pseudo Periodic Synthetic Time Series"는 시계열 데이터베이스에서 시퀀스 매칭 방법들의 성능을 검증하기 위하여 다음의 함수를 이용하여 생성된 데이터 집합이다.

표 2 오차 한도 값을 증가시킴에 따른 제안된 기법과 순차 검색의 질의 처리 시간

ε	질의 결과 비율(%)	질의 처리 시간 (초)	
		제안된 기법	순차 검색
1	0.05	6.01	29.94
5	0.75	17.87	89.16
10	2.72	32.25	145.47
15	5.09	49.91	192.96
20	8.00	66.17	232.45
25	11.17	82.24	266.57
30	14.31	97.75	297.26

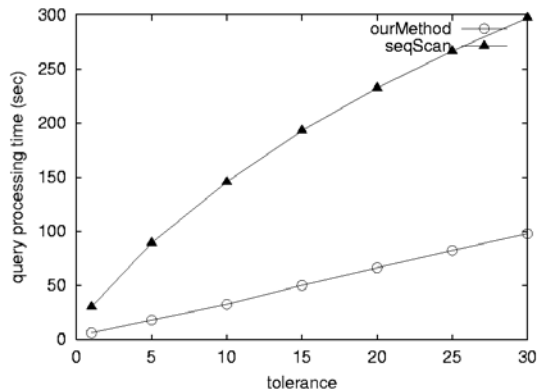


그림 7 오차 한도 값을 증가시킴에 따른 제안된 기법과 순차 검색의 질의 처리 시간

## 7. 결론

시간애곡 변환 거리는 데이터 시퀀스에 대한 유용한 유사성 척도이나 많은 계산 비용을 요구한다. 특히, 서브시퀀스 탐색에서는 탐색 비용이 데이터 시퀀스의 길이에 대한 2차 함수로 증가하므로, 데이터 시퀀스의 길이 길어지면 성능이 심각하게 저하되는 문제가 있다.

이러한 문제를 해결하기 위하여, 본 논문에서는 세그먼트 기반의 서브시퀀스 탐색 기법(SBASS)을 제안하였다. 제안된 기법은 질의 시퀀스와 서브시퀀스를 세그먼트 단위로 분할하고 비교한다. 착오 기각 없이 빠른 유사 시퀀스 검색을 위하여, R-트리 필터, 특성 필터, 순서 필터를 이용한 새로운 탐색 방법을 제안하였다. 실험을 통한 성능 평가로 제안된 기법의 효율성을 보였다.

본 논문의 공헌은 다음과 같다. (1) SBASS와 유사성 척도를 제안하였다. (2) 세그먼트를 정확하게 표현하기 위한 특성 벡터의 추출 방법을 제시하였다. (3) 세그먼트의 단조 변화 패턴을 이용하여 상수 시간 복잡도의 거리 함수를 유도하였다. (4) 질의 처리 속도를 높이기 위하여 세 가지 여과 과정을 제안하였다.

데이터 시퀀스에 포함된 잡음(noise)은 세그먼트의 길이를 짧아지게 한다. 여기에서, 인덱스를 생성하기 전에 잡음을 제거하거나 요소 값들을 분류하기 위한 방법을 적용할 수도 있다. 가장 쉬운 잡음 제거 방법은 이전의 요소 값  $a_{i-1}$ 로부터의 변화율이 미리 정해진 한도보다 작은 요소 값  $a_i$ 를 찾아내는 방법이다. 요소 값 분류 방법은 같은 시간 간격으로 분류하거나 같은 개수의 요소 값들을 포함하도록 하는 등 다양한 방법이 있다.

제안된 인덱싱 기법에 있어서 앞으로의 연구 방향은 다음과 같다. 제안된 거리 함수가 상수의 계산 복잡도를 갖더라도, 여과율을 높이기 위해서는 좀더 실제의 거리 함수에 가까워야 한다. 질의 처리 알고리즘은 선택 감도(selectivity)에 따라서 질의 세그먼트를 재배열하는 방법으로 개선할 수 있다. 즉, 선택 감도가 가장 높은 질의 세그먼트를 가장 먼저 R-트리 필터에 적용하고, 두 번째로 감도가 높은 질의 세그먼트를 그 다음에 적용하여 나가는 방식이다. 이 과정은 후보 세그먼트의 개수가 미리 정해진 한도보다 작아지면 멈춘다. 각 R-트리 노드 엔트리에 요소 값 카운터를 넣으면, R-트리의 몇 개의 상위 노드만을 조사함으로써 질의 세그먼트의 선택 감도를 쉽게 구할 수 있다.

Similarity Search in Sequence Databases," Proc. FODO, pp. 69-84, 1993.

- [2] C. Faloutsos, M. Ranganathan, Y. Manolopoulos, "Fast Subsequence Matching in Time-Series Databases," Proc. ACM SIGMOD, pp. 419-429, 1994.
- [3] D. Q. Goldin, P. C. Kanellakis, "On Similarity Queries for Time-Series Data: Constraint Specification and Implementation," Proc. Constraint Programming, pp. 137-153, 1995.
- [4] E. J. Keogh, M. J. Pazzani, "Scaling up Dynamic Time Warping to Massive Datasets," Proc. Principles and Practice of Knowledge Discovery in Databases, 1999.
- [5] S. Park, D. Lee, W. W. Chu, "Fast Retrieval of Similar Subsequences in Long Sequence Databases," Proc. 3rd IEEE KDEX, pp. 60-67, 1999.
- [6] S. Park, W. W. Chu, J. Yoon, C. Hsu, "Efficient Searches for Similar Subsequences of Different Lengths in Sequence Databases," Proc. IEEE ICDE, pp. 23-32, 2000.
- [7] B.-K. Yi, H. V. Jagadish, C. Faloutsos, "Efficient Retrieval of Similar Time Sequences Under Time Warping," Proc. IEEE ICDE, pp. 201-208, 1998.
- [8] L. Rabiner, B.-H. Juang, Fundamentals of Speech Recognition, Prentice Hall, 1993.
- [9] D. J. Berndt, J. Clifford, "Finding Patterns in Time Series: A Dynamic Programming Approach," Advances in Knowledge Discovery and Data Mining, AAAI/MIT, pp. 229-248, 1996.
- [10] A. Guttman, "R-trees: A Dynamic Index Structure for Spatial Searching," Proc. ACM SIGMOD, pp. 47-57, 1984.
- [11] P. Bieganski, J. Riedl, J. V. Carlis, "Generalized Suffix Trees for Biological Sequence Data: Applications and Implementation," Proc. Hawaii Int'l Conf. on System Sciences, 1994.
- [12] G. A. Stephen, String Searching Algorithms, World Scientific Publishing, 1994.
- [13] T. Bozkaya, N. Yazdani, M. Özsoyoglu, "Matching and Indexing Sequences of Different Lengths," Proc. ACM CIKM, pp. 128-135, 1997.
- [14] C. Faloutsos, K. Lin, "FastMap: A Fast Algorithm for Indexing, Data-Mining and Visualization of Traditional and Multimedia Datasets," Proc. ACM SIGMOD, pp. 163-174, 1995.

## 부록 A: 요소 값의 위치 p와 q

주어진  $\vec{a}$ ,  $F(\vec{a}) = (B, L, N, H, Eu, Ed)$ ,  $\min(\vec{a})$ 와  $\max(\vec{a})$  사이의 값  $v$ 에 대하여, 조건  $UB_p = \max(UBset(F(\vec{a}), v))$ 를

## 참고 문헌

- [1] R. Agrawal, C. Faloutsos, A. Swami, "Efficient

만족하는 요소 값의 위치  $p$ 와  $LB_q = \min(LB_{set}(F(\vec{a}), v))$ 를 만족하는 요소 값의 위치  $q$ 에 대한 공식은 다음과 같이 유도한다.

- 경우 1: 요소 값 위치  $p$ 에 대한 공식

$UB_p = \min(IP(p) + Eu, \max(\vec{a}))$ 이므로,  $UB_p < v$ 를 만족하기 위하여  $IP(p) + Eu < v$  또는  $\max(\vec{a}) < v$ 이어야 한다. 그러나,  $v$ 가  $\min(\vec{a})$ 와  $\max(\vec{a})$  사이의 값이므로  $\max(\vec{a}) < v$ 는 성립할 수 없다. 따라서, 다음의 부등식을 얻는다.

$$IP(p) + Eu < v$$

$$IP(p) = \left(\frac{L-B}{N-1}\right)p + \left(B - \frac{L-B}{N-1}\right) \text{이므로,}$$

$$\left(\frac{L-B}{N-1}\right)p + \left(B - \frac{L-B}{N-1}\right) + Eu < v \text{ 이다.}$$

$\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가질 때( $B < L$ ),

$$p < \left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Eu - B + \frac{L-B}{N-1}\right) \text{이다.}$$

$UB_p < v$ 와  $UB_{p+1} \geq v$ 가 성립하기 위하여  $p$ 는 부등식을 만족하는 최대값을 가져야 한다.

$$\text{따라서, } p = \left\lceil \left(\left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Eu - B + \frac{L-B}{N-1}\right) - 1\right) \right\rceil \text{이다.}$$

유사하게,  $\vec{a}$ 가 감소하는 패턴을 가질 때 ( $B > L$ ),  $p$ 는  $p > \left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Eu - B + \frac{L-B}{N-1}\right)$ 을 만족하는 최소 값을 가져야 한다.

$$\text{따라서, } p = \left\lfloor \left(\left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Eu - B + \frac{L-B}{N-1}\right) + 1\right) \right\rfloor \text{이다.}$$

- 경우 2: 요소 값 위치  $q$ 에 대한 공식

$LB_q$ 에 대하여 경우 1에서와 같은 방법을 적용하면,  $\vec{a}$ 가 증가하는 패턴을 가질 때 다음의 부등식을 얻는다.

$$q > \left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Ed - B + \frac{L-B}{N-1}\right)$$

$LB_q > v$ 와  $LB_{q-1} \leq v$ 가 성립하기 위하여,  $q$ 는 부등식을 만족하는 최소값을 가져야 한다.

$$\text{따라서, } q = \left\lfloor \left(\left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Ed - B + \frac{L-B}{N-1}\right) + 1\right) \right\rfloor$$

이다. 유사하게, 세그먼트  $\vec{a}$ 가 감소하는 패턴을 가지면,  $q$ 는  $q < \left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Ed - B + \frac{L-B}{N-1}\right)$ 을 만족하는 최대 값을 가져야 한다.

$$\text{따라서, } q = \left\lceil \left(\left(\frac{N-1}{L-B}\right)\left(v - Ed - B + \frac{L-B}{N-1}\right) - 1\right) \right\rceil \text{이다. } \square$$

## 부록 B : 정리 2의 증명

주어진  $\vec{a}, \vec{\beta}, F(\vec{a}) = (B, L, N, H, Eu, Ed), F(\vec{\beta}) = (B', L', N', H', Eu', Ed')$ 에 대하여 다음을 증명한다. 만약  $D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta})) > \varepsilon$ 이면,  $D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta}) > \varepsilon$ 이다.

모든 세그먼트 쌍  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 에 대하여  $D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta}) \geq D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta}))$ 가 성립함을 보임으로써 정리를 증명한다. 최선의 요소 값 매핑  $m = \langle m_1, m_2, \dots, m_r \rangle$ 에서  $D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta}) = |B - B'| + |L - L'| + \sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \beta_{g(k)}|$ 이다.  $f(k)$ 와  $g(k)$ 는 다음의 특성을 갖는 함수들이다. (1) 모든  $i$  ( $2 \leq i \leq N-1$ )에 대하여,  $f(k) = i$ 인  $k$ 가 하나 이상 존재한다. (2) 모든  $j$  ( $2 \leq j \leq N'-1$ )에 대하여,  $g(k') = j$ 인  $k'$ 이 하나 이상 존재한다.  $\max(\vec{a}) \geq \max(\vec{\beta})$ 의 가정에 의하여, 두 특성 벡터의 범위에 따라 개별적으로 증명한다.

- 경우 1:  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 가 서로 만나지 않을 때

$$(\min(\vec{a}) > \max(\vec{\beta})),$$

$$\sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \beta_{g(k)}| \geq \sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \max(\vec{\beta})| \geq \sum_{i=2}^{N-1} |a_i - \max(\vec{\beta})| \text{이다.}$$

$$\text{유사하게, } \sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \beta_{g(k)}| \geq \sum_{k=2}^{r-1} |\min(\vec{a}) - \beta_{g(k)}| \geq \sum_{j=2}^{N'-1} |\min(\vec{a}) - \beta_j| \text{이다.}$$

$$\text{따라서, } \sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \beta_{g(k)}| \geq \max\left(\sum_{i=2}^{N-1} |a_i - \max(\vec{\beta})|, \sum_{j=2}^{N'-1} |\min(\vec{a}) - \beta_j|\right) \text{이다.}$$

$$\alpha_i = \min(\vec{a}) + h_i \text{이고 } \beta_j = \min(\vec{\beta}) + h_j \text{이므로,}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=2}^{N-1} |a_i - \max(\vec{\beta})| \\ &= \sum_{i=2}^{N-1} |\min(\vec{a}) - \max(\vec{\beta})| + \sum_{i=2}^{N-1} h_i \\ &= (N-2)(\min(\vec{a}) - \max(\vec{\beta})) + H \\ & \sum_{j=2}^{N'-1} |\min(\vec{a}) - \beta_j| \\ &= \sum_{j=2}^{N'-1} |\min(\vec{a}) - \min(\vec{\beta})| - \sum_{j=2}^{N'-1} h_j \\ &= (N-2)(\min(\vec{a}) - \min(\vec{\beta})) - H \end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \beta_{g(k)}| \geq \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (N-2)(\min(\vec{a}) - \max(\vec{\beta})) + H \\ (N-2)(\min(\vec{a}) - \min(\vec{\beta})) - H \end{array} \right\} \text{이다.}$$

결과적으로, 다음을 얻는다.

$$D_{tw}(\vec{a}, \vec{\beta}) \geq D_{\beta}(F(\vec{a}), F(\vec{\beta}))$$

- 경우 2:  $\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 가 겹칠 때

$$(\min(\vec{\beta}) \leq \min(\vec{a}) \leq \max(\vec{\beta})),$$

$\vec{a}$ 와  $\vec{\beta}$ 가 모두 증가하는 경우에 대해서만 고려한다.

다른 경우에 대해서도 같은 방법으로 증명한다. p를  $UB_p = \max(UBset(F(\vec{\beta}), \min(\vec{\alpha})))$ 를 만족하는 요소 값 위치라 하고, q를  $LB_q = \min(LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta})))$ 를 만족하는 요소 값 위치라고 하자. 그러면, 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N-1} |a_i - \max(\vec{\beta})| &\geq \sum_{i=1}^{N-1} |LB_i - \max(\vec{\beta})| \\ &\geq (N-q)(LB_q - \max(\vec{\beta})) \\ \sum_{j=2}^p |\min(\vec{\alpha}) - \beta_j| &\geq \sum_{j=2}^p |\min(\vec{\alpha}) - UB_j| \\ &\geq (p-1)(\min(\vec{\alpha}) - UB_p) \end{aligned}$$

최선의 요소 값 매핑  $m = \langle m_1, m_2, \dots, m_r \rangle$ 에서, f(k)가  $\{q, q+1, \dots, N-1\}$  내에 존재하는 k의 집합과 g(k')이  $\{2, 3, \dots, p\}$  내에 존재하는 k'의 집합을 찾을 수 있다. 여기에서, k와 k'의 두 집합은 서로 소(mutually exclusive)이다. 따라서,

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \beta_{g(k)}| &\geq \sum_{i=1}^{N-1} |a_i - \max(\vec{\beta})| + \sum_{j=2}^p |\min(\vec{\alpha}) - \beta_j| \\ &\geq (N-q)(LB_q - \max(\vec{\beta})) + (p-1)(\min(\vec{\alpha}) - UB_p). \end{aligned}$$

이때,  $(N-q) = |LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta}))| - 1$ 이고,  
 $LB_q = \min(LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta})))$ ,  
 $(p-1) = |UBset(F(\vec{\beta}), \min(\vec{\alpha}))| - 1$ ,  
 $UB_p = \max(UBset(F(\vec{\beta}), \min(\vec{\alpha})))$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서, } (N-q)(LB_q - \max(\vec{\beta})) &= (|LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta}))| - 1) \\ &\quad (\min(LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta})) - \max(\vec{\beta}))) \\ (p-1)(\min(\vec{\alpha}) - UB_p) &= (|UBset(F(\vec{\beta}), \min(\vec{\alpha}))| - 1) \\ &\quad (\min(\vec{\alpha}) - \max(UBset(F(\vec{\beta}), \min(\vec{\alpha})))) \end{aligned}$$

결과적으로, 다음을 얻는다.

$$D_m(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \geq D_f(F(\vec{\alpha}), F(\vec{\beta}))$$

- 경우 3:  $\vec{\alpha}$ 가  $\vec{\beta}$ 를 포함할 때( $\min(\vec{\alpha}) < \min(\vec{\beta})$ ),  
 $\vec{\alpha}$ 와  $\vec{\beta}$ 가 모두 증가하는 경우에 대해서만 고려한다. 다른 경우에 대해서도 같은 방법으로 증명한다. p를  $UB_p = \max(UBset(F(\vec{\alpha}), \min(\vec{\beta})))$ 를 만족하는 요소 값 위치라 하고, q를  $LB_q = \min(LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta})))$ 를 만족하는 요소 값 위치라고 하자. 그러면, 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N-1} |a_i - \max(\vec{\beta})| &\geq \sum_{i=1}^{N-1} |LB_i - \max(\vec{\beta})| \\ &\geq (N-q)(LB_q - \max(\vec{\beta})) \\ \sum_{j=2}^p |\min(\vec{\beta}) - a_j| &\geq \sum_{j=2}^p |\min(\vec{\beta}) - UB_j| \\ &\geq (p-1)(\min(\vec{\beta}) - UB_p) \end{aligned}$$

최선의 요소 값 매핑  $m = \langle m_1, m_2, \dots, m_r \rangle$ 에서, f(k)가  $\{q, q+1, \dots, N-1\}$  내에 존재하는 k의 집합과 f(k')이  $\{2, 3, \dots, p\}$  내에 존재하는 k'의 집합을 찾을 수 있다. 여기에서, k와 k'의 두 집합은 서로 소이다. 따라서,

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^{r-1} |a_{f(k)} - \beta_{g(k)}| &\geq \sum_{i=1}^{N-1} |a_i - \max(\vec{\beta})| + \sum_{j=2}^p |\min(\vec{\beta}) - a_j| \\ &\geq (N-q)(LB_q - \max(\vec{\beta})) + (p-1)(\min(\vec{\beta}) - UB_p) \end{aligned}$$

이때,  $(N-q) = |LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta}))| - 1$ 이고,  
 $LB_q = \min(LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta})))$ ,  
 $(p-1) = |UBset(F(\vec{\alpha}), \min(\vec{\beta}))| - 1$ ,  
 $UB_p = \max(UBset(F(\vec{\alpha}), \min(\vec{\beta})))$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서, } (N-q)(LB_q - \max(\vec{\beta})) &= (|LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta}))| - 1) \\ &\quad (\min(LBset(F(\vec{\alpha}), \max(\vec{\beta})) - \max(\vec{\beta}))) \\ (p-1)(\min(\vec{\beta}) - UB_p) &= (|UBset(F(\vec{\alpha}), \min(\vec{\beta}))| - 1) \\ &\quad (\min(\vec{\beta}) - \max(UBset(F(\vec{\alpha}), \min(\vec{\beta})))) \end{aligned}$$

결과적으로, 다음을 얻는다.

$$D_m(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \geq D_f(F(\vec{\alpha}), F(\vec{\beta}))$$



박 상 현

1989년 2월 서울대학교 컴퓨터공학과 졸업(학사). 1991년 2월 서울대학교 컴퓨터공학과 졸업(석사). 2001년 1월 UCLA대학교 전산학과 졸업(박사). 1991년 3월 ~ 1996년 7월: 대우통신 연구원. 2001년 2월 ~ 현재 IBM T.J. Watson Research Center Post-Doctoral Fellow. 관심분야는 시공간 데이터베이스, 멀티미디어 데이터베이스, 데이터마이닝, 데이터 웨어하우스, XML, 분산 데이터베이스

김 상 욱

정보과학회논문지 : 데이터베이스 제 28 권 제 2 호 참조

노 응 기

정보과학회논문지 : 데이터베이스 제 28 권 제 1 호 참조